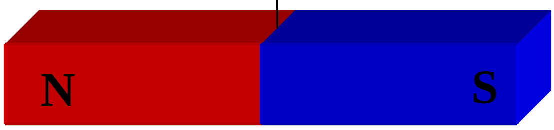
物理学B
第6章　定常電流と静磁界

＜学習のポイント＞
・ビオ・サヴァールの法則とアンペールの法則
・ソレノイドが作る内外の磁界

６．１　磁界とローレンツ力



地球の北極　：　地球磁石のS極
地球の南極　：　地球磁石のN極

S　→　N　：磁界の向き
　　　　　　磁力線

S－S, N－N　：　反発
S－N　　：　引き合う

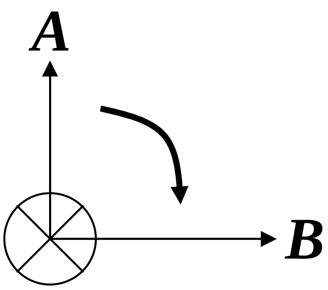
ローレンツ力

q [C]の電荷が速度 v [m/s]で走っているとき，電荷に作用する力

$$\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right) \quad \text{[N]} \longrightarrow$$

電子の軌跡を B で曲げる
・ブラウン管
・粒子加速器

$\boldsymbol{B}$ ：磁束密度 [T:テスラ]



外積 $\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}$

方向：右ねじの進む向き
大きさ：$AB\sin\theta$

静電場では $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}$

そこで $\boldsymbol{F} = q\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$

動く電荷に作用する力

$$nqv \to i$$

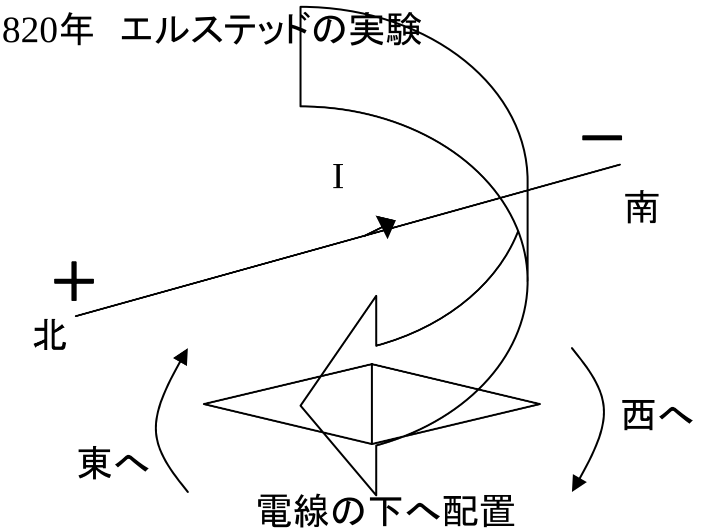
電流が $\boldsymbol{B}$ から力を受ける

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(A_y B_z - A_z B_y\right)\boldsymbol{i} + \left(A_z B_x - A_x B_z\right)\boldsymbol{j} + \left(A_x B_y - A_y B_x\right)\boldsymbol{k}$$

６．２ ビオ･サヴァールの法則

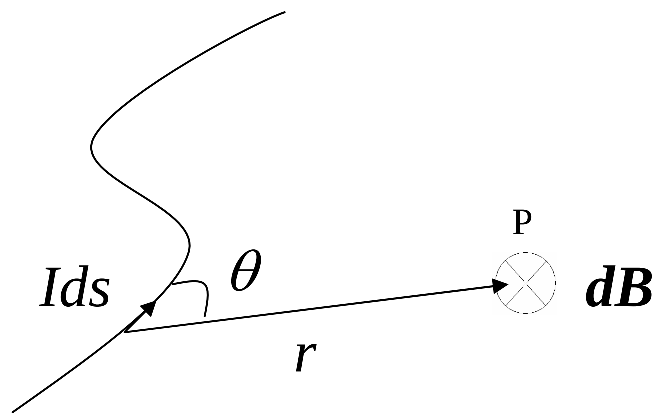
1820年　エルステッドの実験



この配置では電極の陰極側が
西へ振れる
↓
電線を取り巻く円周の方向を向く

右ねじの法則

ビオ＆サヴァール



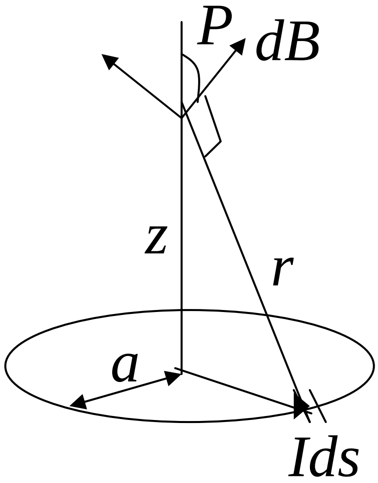
$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I d\boldsymbol{s} \times \boldsymbol{r}}{4\pi r^3}$$

ビオ･サヴァールの法則

真空の透磁率 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ [H/m]

ここで $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$　　$\boldsymbol{H}$:磁界の強さ [A/m]

【例題4-2 】



Ids と r のなす角=90°

$$r = \sqrt{a^2 + z^2}$$

例題1-5とdBの方向が違うので注意

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(a^2 + z^2\right)} ds$$

方向はz軸から θ なす角 $\left(\cos\theta = \dfrac{a}{r}\right)$

円周の中心対称点の Ids は θ だけ反対側に dB を作り、z方向に垂直な成分は打ち消しあう

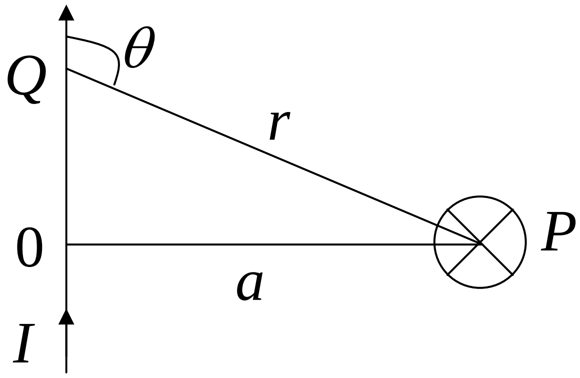
$$\int dBz = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi\left(a^2 + z^2\right)} \cos\theta \cdot ds$$

$$ds = a d\varphi$$

右辺 $= \displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 a^2 I}{4\pi\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}} d\varphi$

$$= \frac{\mu_0 a^2 I \cdot 2\pi}{4\pi\left(a^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

【例題4-3 】



$$dB = \frac{\mu_0 I \sin\theta ds}{4\pi r^2}$$

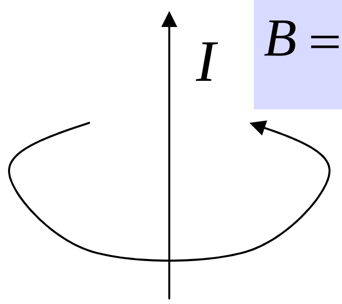
$$r = \sqrt{a^2 + s^2} \qquad \sin\theta = \frac{a}{r}$$

$$\therefore dB = \frac{\mu_0 I a}{4\pi\left(a^2 + s^2\right)^{3/2}} ds$$

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu_0 I a}{4\pi\left(a^2 + s^2\right)^{3/2}} ds$$

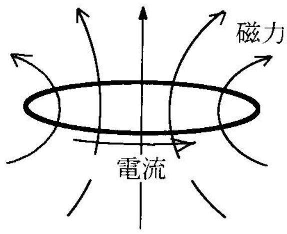
$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi a}\left[\frac{s}{\left(a^2 + s^2\right)^{1/2}}\right]_{-\infty}^{\infty} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

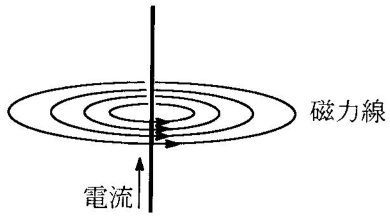
脚注



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

６．３　磁束密度の発散とガウスの法則





磁力線は電気力線とは異なり，始点と終点が常に同じ.
⇒湧き出しはない

$$\iint_S B_n dS = 0$$

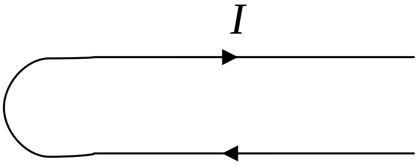
$$\Leftrightarrow divB = 0$$

磁束密度に関するガウスの法則

６．４ アンペールの法則

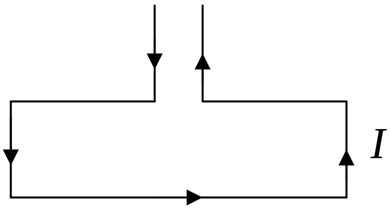
Ampereの実験

①



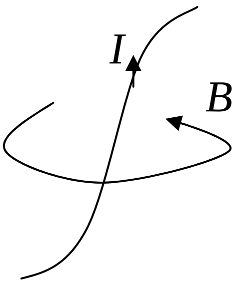
打ち消しあって外部に磁界は生じない

②



あたかも方位磁石のように南北に垂直に
“ワク”が向く

Iの向きが右ねじであるねじの進む方向が
磁石のN極



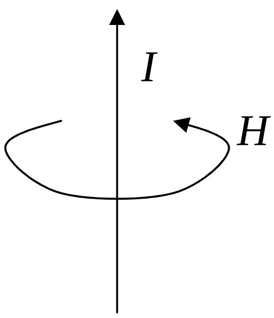
$$\oint B_t ds = \mu_0 I$$

← ビオ・サヴァールの法則から導かれる

任意の閉曲線に沿って $\boldsymbol{B}_t$ を一周積分

I は，***B***の方向を右ねじの回転角としたときに，ねじの進む方向を正

【例題6-3】



$$\oint B_t ds = \mu_0 I$$

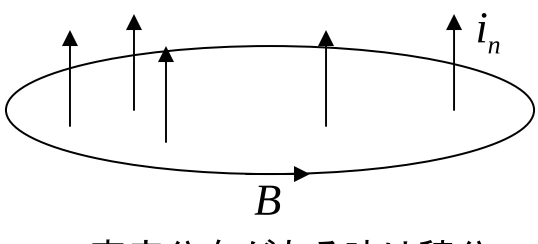
どんな閉路でも成り立つが、閉路内で $B_t = const$ なら

$$B\oint ds = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

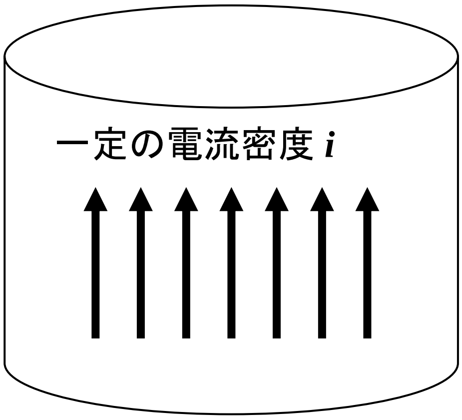
電流が導線のように1本の道筋を流れているのではない場合

$$\oint \boldsymbol{B}_t ds = \mu_0 \iint_S \boldsymbol{i}_n dS$$



密度分布がある時は積分

【例題6-4】



磁界は右ねじの法則で，円周方向を向く.

磁束密度の大きさが等しい閉曲線を探す.
⇒半径r の円周上

$$\oint B_t ds = B_t \oint ds = 2\pi r B(r)$$

円周の中を流れる全電流を求める

$$r < a$$
$$\iint i_n dS = \pi r^2 i$$

$$\therefore B(r) = \frac{\mu_0 i r}{2}$$

$$r \geq a$$
$$\iint i_n dS = \pi a^2 i$$

$$\therefore B(r) = \frac{\mu_0 a^2 i}{2r}$$

磁力線は，電気力線と異なる.
電気力線は，電荷から湧き出すが，磁力線は必ず始点と終点が同じ.

したがって，任意の閉曲面を考えると，そこから出た磁力線と同じ本数が必ず入ってくる.

$$\iint_S \boldsymbol{B}_n dS = 0$$

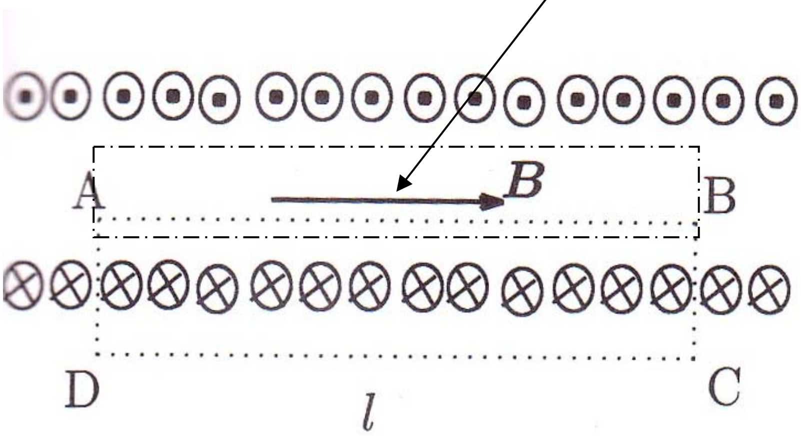
磁束密度のガウスの法則

6．5 ソレノイド

右ねじの法則で個々の円電流の作る磁界を足し合わせると軸方向に向く

$$\oint B_s ds = \mu_0 \iint_S i_n dS$$

I(A/m), n(巻き/m)のコイル



ソレノイドの内外の磁界

① ソレノイドが無限に長いと外側の磁界は0(近似)

②ソレノイド内 一点鎖線の閉曲線にアンペールの法則を適用する

$$B_1 l - B_2 l = 0$$ （中を流れる電流はない）

$$\therefore B_1 = B_2$$ ソレノイド内の磁束密度は一定

③ 点線の閉曲線にアンペールの法則を適用する

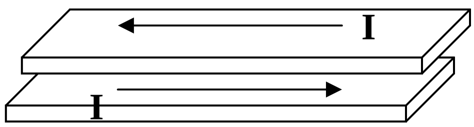
$$\oint_{ABCD} B_t ds = \mu_0 n l I$$

$$\int_{BC} B_t = \int_{AD} B_t = 0$$ （径方向の磁界成分はない）

$$\int_{DC} B_t = 0 \quad (\because ①より)$$

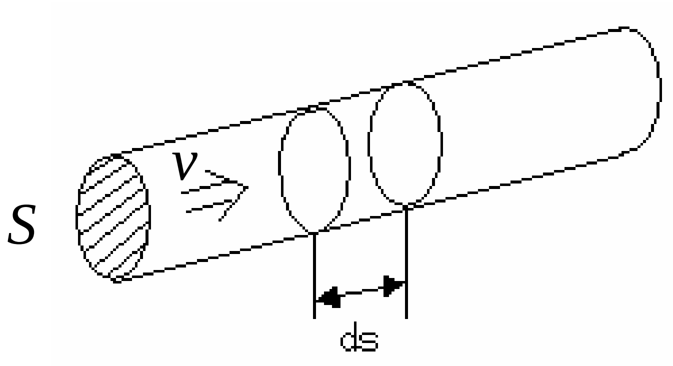
$$\therefore \int_{AB} B_s ds = Bl = \mu_0 n l I \qquad \therefore B = \mu_0 n I$$

平行平板の電流路



同じように考える

６．６　磁界中の電流に働く力と電流の単位



電荷密度：ρ_e

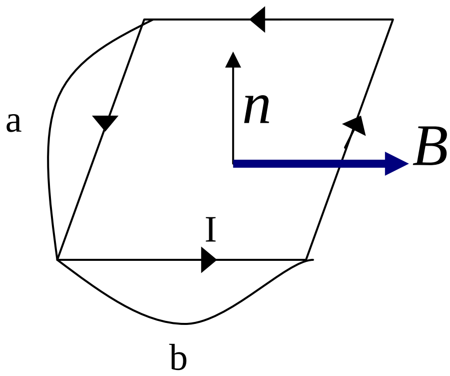
$$I = S\left|i\right|$$

dsの長さにある電荷総量

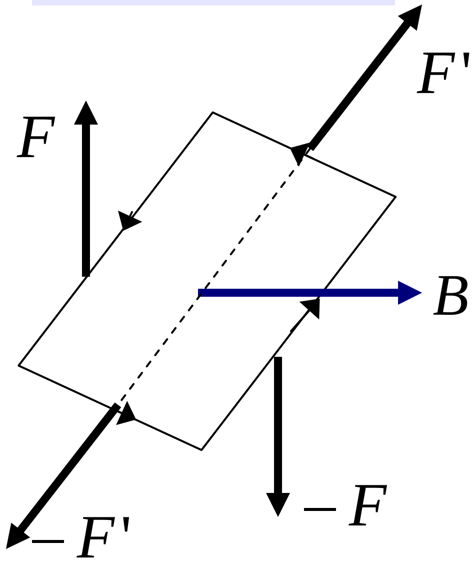
$$dQ = S\rho_e ds$$

磁束Bが印加するとローレンツ力

$$\begin{aligned} dF &= dQ(v \times B) \\ &= S\rho_e ds(v \times B) \\ &= Sds(i \times B) \\ &= I(ds \times B) \end{aligned}$$



$\Rightarrow$

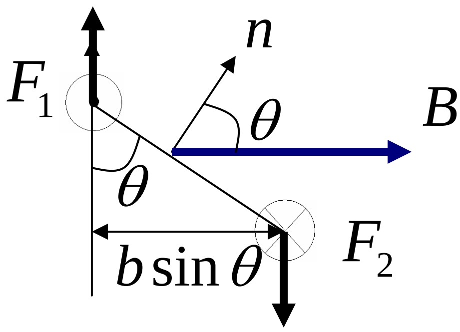


力はa辺にそれぞれ

$$\left|F_1\right| = IBa$$

$$\left|F_2\right| = IBa$$

向きは逆方向

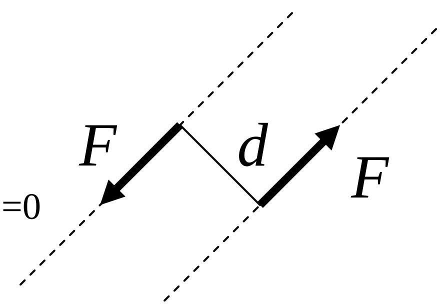


腕の長さ: $b\sin\theta$

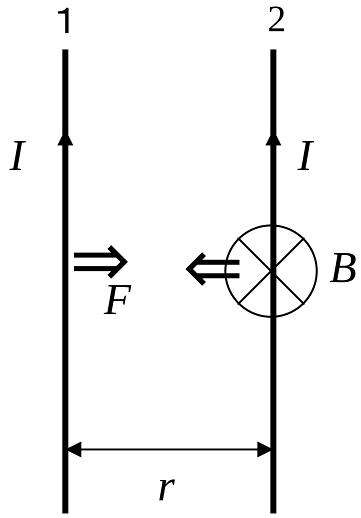
$$N = IabB\sin\theta \quad \text{[Nm]}$$

$$= ISB\sin\theta$$

B辺には作用線が一致した力が逆向きにかかるので偶力=0



【例題6-6】



アンペールの定理より

1が2の場所に作る磁界 $= \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$

$$dF = Ids \times B$$

s と B は垂直なので F は1の方を向く

単位長さ当りの力 $F = \dfrac{\mu_0 I^2}{2\pi r}$

反作用で1には2の方向を向く力

ここで $r = 1\mathrm{m}, I = 1\mathrm{A}$ を代入すると $F = 2\times10^{-7}\ \mathrm{N/m}$

1m離れた平行導線に同一電流を流した時
単位長さ当り $2\times10^{-7}\ \mathrm{N/m}$ の力が働くとき、1Aと定義

$1\mathrm{A} \longrightarrow 1\mathrm{C}$

1秒当りに運ぶ電荷量