創想館　14-201

2008-2

Tuesday　SPRING

13:00－14:30

まず，サッと前回の
復習しておこう！

2008年度

「情報工学」

第2回講義

ANIMATION

復 習

2008年度「情報工学」講義予定

「情報理論入門」！

手を抜くと，たちまち付いて来られなくなってしまうでしょう．
なるべく休まないで下さい． 病気など，止むを得ない理由で
欠席した場合には，友達に教えを乞うなどして，なるべく早め
にその部分を補うよう心掛けて下さい．

- この講義では，「情報
  ます．
- 君たちにとっては，多分‘未知の学問’です！
- この講義は，‘必修科目’です！
  これを落とすと， 進学し難くなります！

ANIMATION

復 習

情 報 工 学

Information Engineering

2008年度版

慶應義塾大学　理工学部
教授 中島 真人

講 義 予 定

復 習

§1　情報工学とは

1.1　情報理論とは

1.2　学問としての情報理論

1.3　歴史 講義の方針，講義の聴き方

§2　離散的情報源の性質

2.1　確率過程

2.2　マルコフ過程

2.3　確率過程の可視化 シャノン線図

§3　離散系における情報量

3.1　情報量の定義と性質

3.1.1 エントロピーの定義

3.1.2 エントロピーの最大値と冗長度

ANIMATION

講 義 予 定 （つづき）

復 習

3.2　マルコフ過程のエントロピー

3.3　誤りによる情報量の低減

§4　情報の伝送（その１）

4.1　情報伝送の概念

4.2　通信速度

4.3　符号容量（通信路容量）

4.4　符号化の効率

§5　離散的情報源の符号化

5.1　符号化の必要性

5.2　符号化法

5.2.1 シャノンの符号化法

・少数，分数の２進数化について

ANIMATION

講 義 予 定 （つづき）

復 習

5.2.2 ハフマンの符号化法

5.3　符号化の効率

5.4　誤りがある場合の符号化法 パリティ検査符号，巡回符号，

5.5　ハミング距離とエラー検出，エラー訂正の関係

§6　情報の伝送（その２）

6.1　マルコフ過程の符号容量

6.2　誤りがある場合の符号容量

§7　標本化定理とその応用

7.1　離散系と連続系

7.2　標本化定理１

7.2.1 時間波形と周波数波形(スペクトル)

7.2.2 標本化の実際

ANIMATION

講 義 予 定 （つづき）

復 習

7.3　標本化定理２

§8　連続的情報源の情報量

8.1　連続的情報源のエントロピー

8.2　連続系におけるエントロピーの最大値

§9　連続波形の伝送

・

・

・

以上

【教科書・参考書】

なし！　特に深く勉強したい人は・・・

（１）藤田広一：基礎情報理論（昭晃堂）￥.750（昭和52）

（２）磯道義典：情報理論－電子情報通信学会大学シリーズG1　￥.1300（昭和55）

復 習

§ 1. 情報工学とは

- 情報理論
- 信号理論
- 通信理論
- 符号理論

‘情報理論’とは

「いかに情報を 無駄なく 確実に 送るか」という学問

相反

電報の話

→ 研究 → 学問

ANIMATION

復 習

学問としての情報理論

情報を「工学」で取り扱うには・・

→ 情報というものを,
定量的に把握することが必要！

工学 → 実学

福沢諭吉翁

↓

最適化

Cost-performance

ANIMATION

歴史

復習

情報理論の学問（論文）としての登場：1948年

C.E.Shannon
シャノン

・基本的な理論を，ほとんど作ってしまった！

情報理論の発展には，‘戦争’が大きく貢献！

残念ながら，
「‘技術’の進歩を後になって見てみると，
‘戦争’が動機付けとなった」ことを知ることが多い！

講義の方針

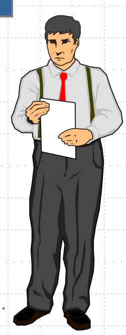
復習

授業には，常に
関数電卓持参のこと！

- 諸君を‘大人’として扱います！
- したがって，出欠は取りません！
  - 成績は、試験の結果のみでつけます． 注意！

でも、授業には出席した方が良いと思います！

- 試験は、「期末試験のみ！」実施の予定です．
  - 試験中，持込は関数電卓以外一切付加です． 注意！
  - 授業中，随時クイズ（小テスト）を行う可能性あり．
  - 再試、レポート提出一切なし．
- 講義は，なるべく‘易しく’、‘丁寧に’、‘ゆっくり’やります！
- 講義には、Power Point を使用
  - 期末近くに、中島研ホームページ上にPDFファイルで提供．
  - 教科書は，ありません．参考書も，原則不要です．



復 習

講 義 の 聴 き 方

- ノートは、とった方が良い！
  - 試験直前に友達のノートを借りても、‘チンカンプン’のはず！
    多分、それからでは、どうにもならないはずです.
  - ホームページ上で提供するPDFファイルは、‘記念のため’と考えて欲しい.
- 授業中に眠気がきたら. .
  - 我慢する必要はない！
  - 眠気が覚めるまで，後ろで立って聴く！
  - または、外へ出て軽く運動し、顔を洗って戻る.
  - 授業中ずっと‘うとうと’しているなら、授業に出る必要はない.
    ⇒　**気の小さいところを晒しているようなもので、みっともない！**
- 質問は、なるべく授業中にすること.
  - 質問の内容は大体同じようなことが多い.
  - 講義が終わってから、同じような質問を何度もうけるのは降参！

ANIMATION

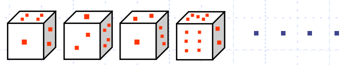
復 習

§2. 離散的情報源の性質

§2-1　確率過程（ Stocastic Process ）

⇒　時間の関数として表される確率現象

ex. サイコロの目の場合

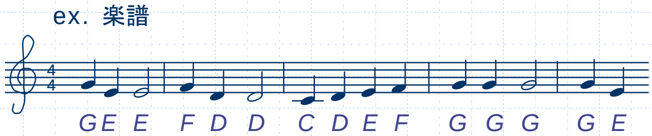


６、１、２、５、５、４　・・・・

§2-2　マルコフ過程

⇒　ある時点での事象が、有限の時間の過去の事象の影響を受ける確率過程

ex. 楽譜



GE E　F D D　C D E F　G G G　G E

ANIMATION

言葉の定義

ここからが，新しい話・・・

（１）生起確率： $p(i)$ or p_i

. . . 「i」という事象が生起する確率

ex. サイコロの目の場合

$$p(1) = p(2) = \cdots = p(6) = \frac{1}{6}$$

$$p(1) + p(2) + \cdots + p(6) = 1$$

性質（一般式）：

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} p(i) = 1}$$

ANIMATION

言葉の定義 （つづき）

（２）遷移確率： $p(j/i)$ or p_{ij}

. . . 「i」という事象が「j」という事象に
遷移する確率

ex. 楽譜の場合

GE E F D D C D E F G G G G E

$$p(E/G) = \frac{1}{7}, \quad p(G/G) = \frac{2}{7} \qquad etc.$$

$$p(\frac{1}{4}/\frac{1}{4}) = \frac{5}{8}, \quad p(\frac{1}{2}/\frac{1}{4}) = \frac{1}{16} \qquad etc.$$

ANIMATION

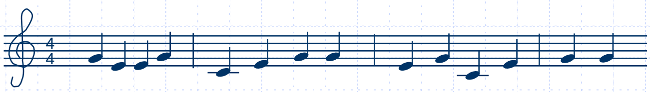
言葉の定義 （つづき）

性質（一般式）：

$$\sum_{j=1}^{N} p(j/i) = 1$$

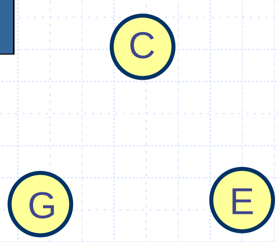
§ 2-2. 確率過程の可視化

・単純マルコフ過程としてのシャノン線図



GEEG　C E G G　E G C E　G G

‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた楽譜の例

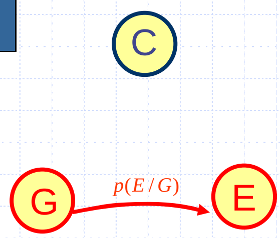


ANIMATION

§ 2-2. 確率過程の可視化

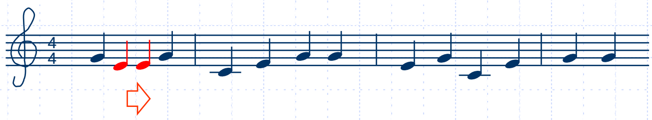
- 単純マルコフ過程としてのシャノン線図

‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた楽譜の例

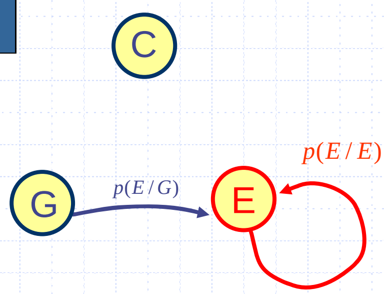


§ 2-2. 確率過程の可視化

- 単純マルコフ過程としてのシャノン線図



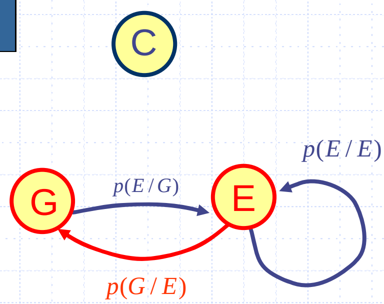
‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた楽譜の例



§ 2-2. 確率過程の可視化

- 単純マルコフ過程としてのシャノン線図

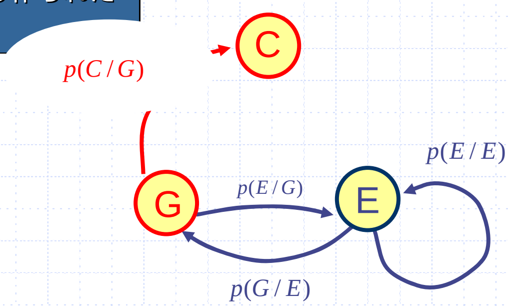
‘C’，‘E’，‘G’ のみから作られた楽譜の例



§ 2-2. 確率過程の可視化

- 単純マルコフ過程としてのシャノン線図

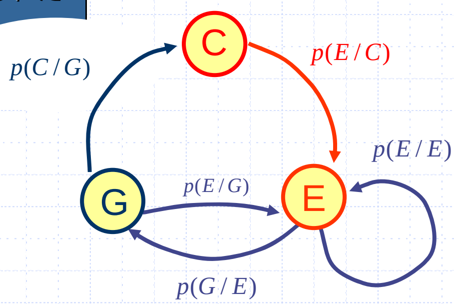
‘C’，‘E’，‘G’ のみから作られた楽譜の例



§ 2-2. 確率過程の可視化

- 単純マルコフ過程としてのシャノン線図

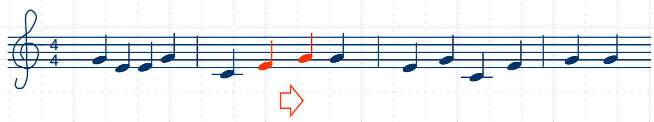
‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた楽譜の例



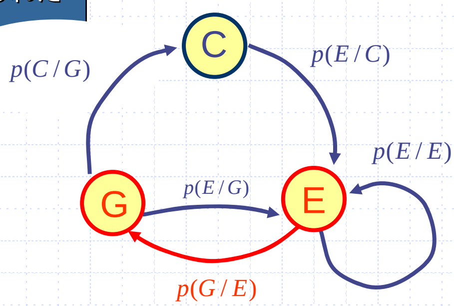
ANIMATION

§ 2-2. 確率過程の可視化

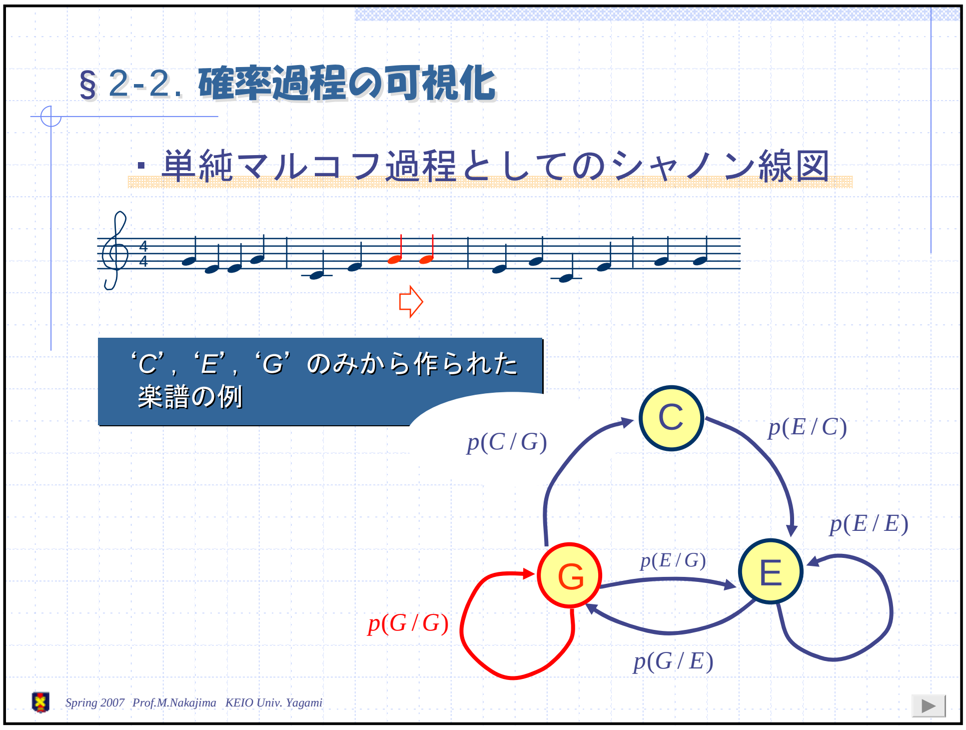
- 単純マルコフ過程としてのシャノン線図

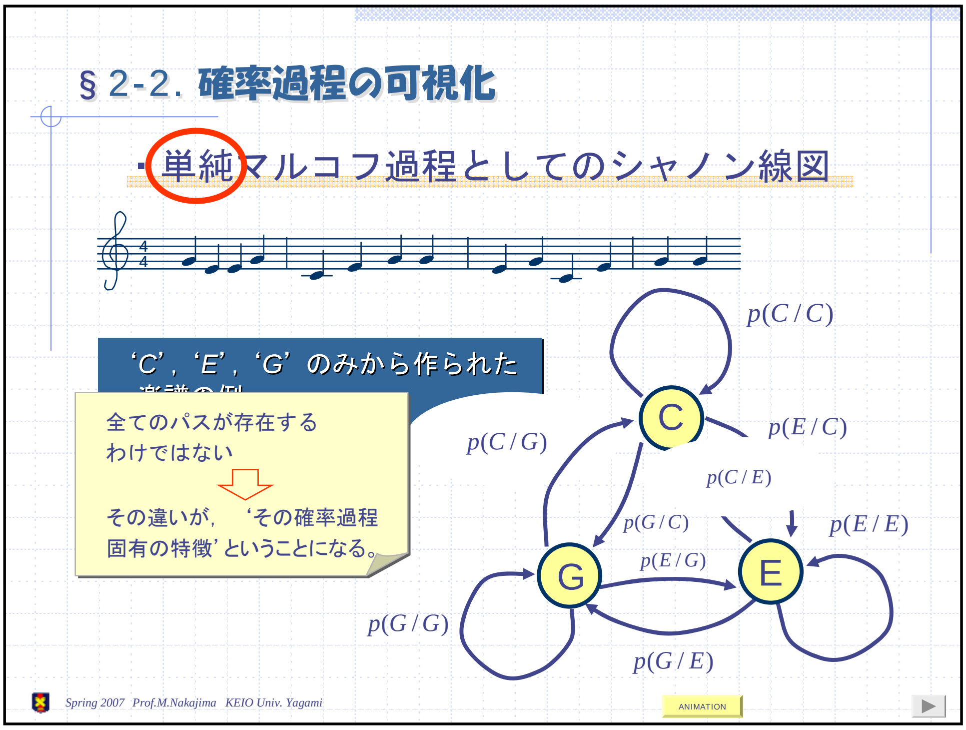


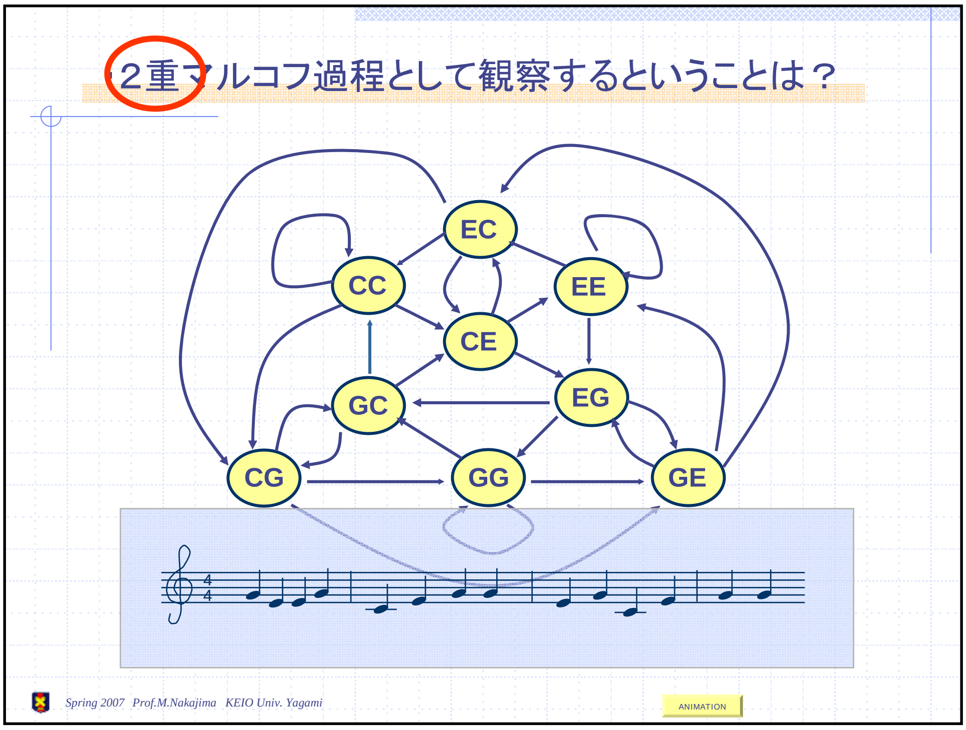
‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた楽譜の例

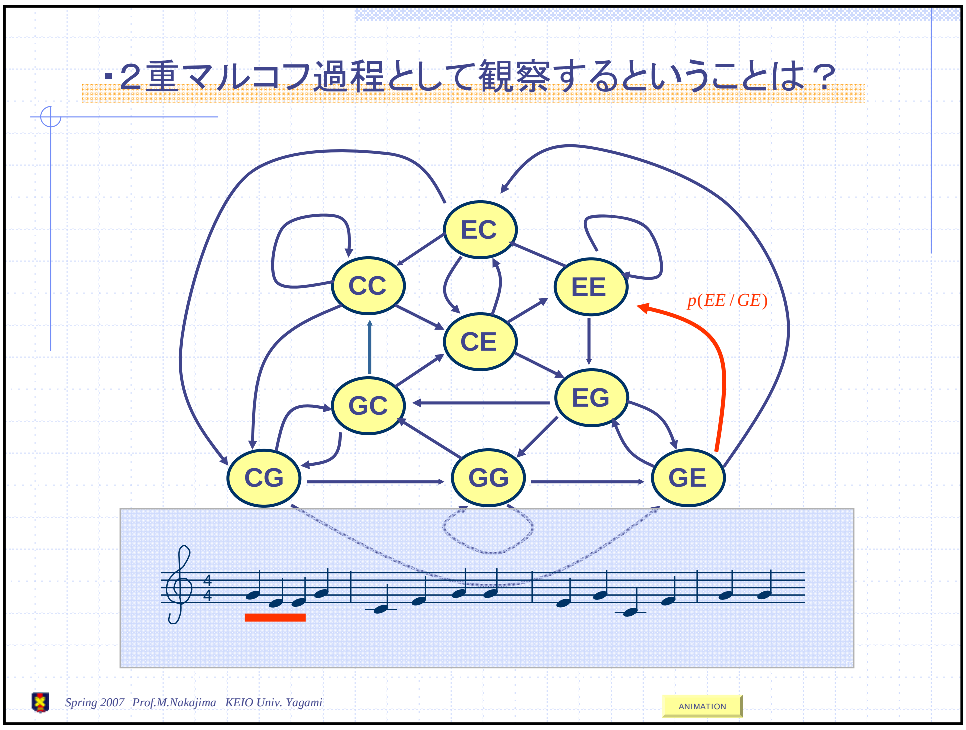


ANIMATION

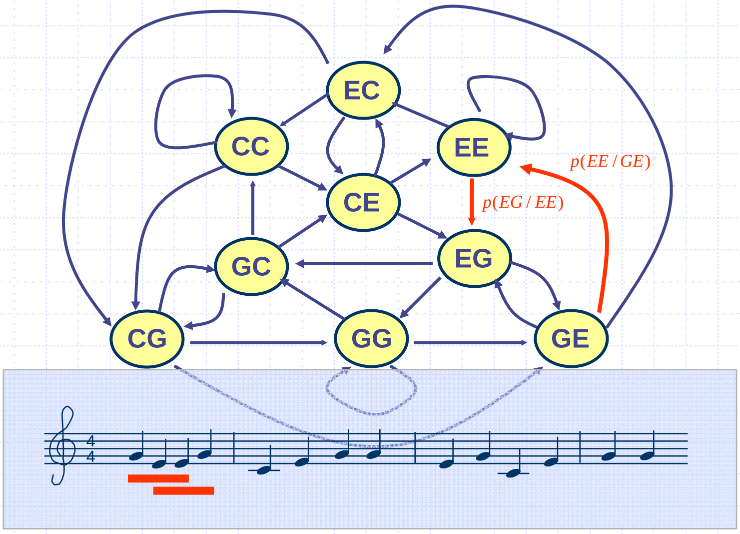

§2-2. 確率過程の可視化
・単純マルコフ過程としてのシャノン線図
4
4
‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた
楽譜の例
C
E
G
p(C / G)
p(E / C)
p(E / E)
p(E / G)
p(G / G)
p(G / E)
Spring 2007 Prof.M.Nakajima KEIO Univ. Yagami


§2-2. 確率過程の可視化
・単純マルコフ過程としてのシャノン線図
4
4
‘C’, ‘E’, ‘G’ のみから作られた
全てのパスが存在する
わけではない
その違いが, ‘その確率過程
固有の特徴’ということになる。
C
E
G
p(C / C)
p(C / G)
p(E / C)
p(C / E)
p(G / C)
p(E / E)
p(E / G)
p(G / G)
p(G / E)
Spring 2007 Prof.M.Nakajima KEIO Univ. Yagami
ANIMATION

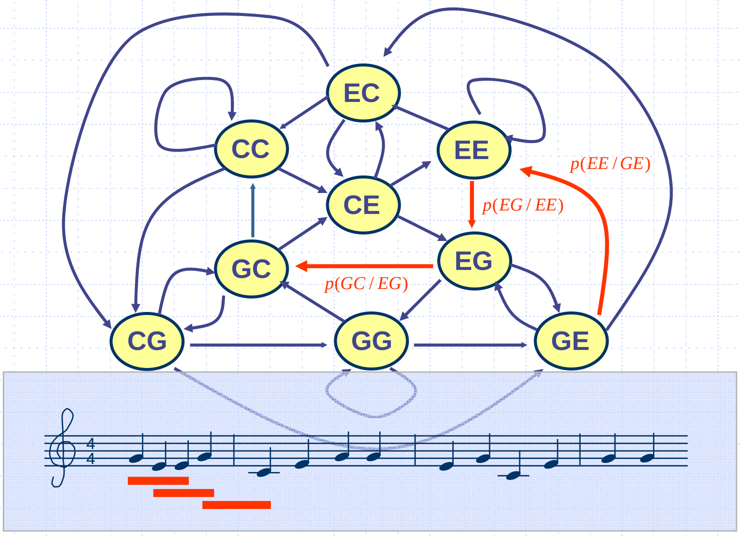

・2重マルコフ過程として観察するということは？
EC
CC
EE
CE
GC
EG
CG
GG
GE
Spring 2007 Prof.M.Nakajima KEIO Univ. Yagami
ANIMATION


・2重マルコフ過程として観察するということは？
EC
CC
EE
p(EE / GE)
CE
GC
EG
CG
GG
GE
Spring 2007 Prof.M.Nakajima KEIO Univ. Yagami
ANIMATION

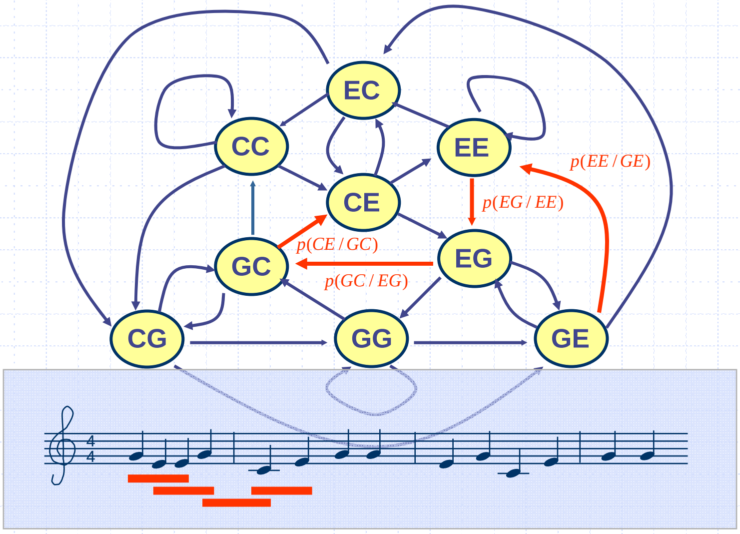
・2重マルコフ過程として観察するということは？



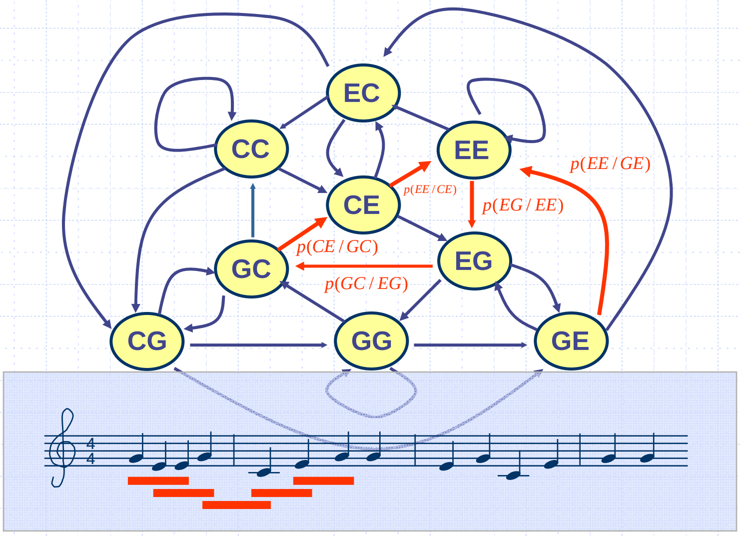
・2重マルコフ過程として観察するということは？



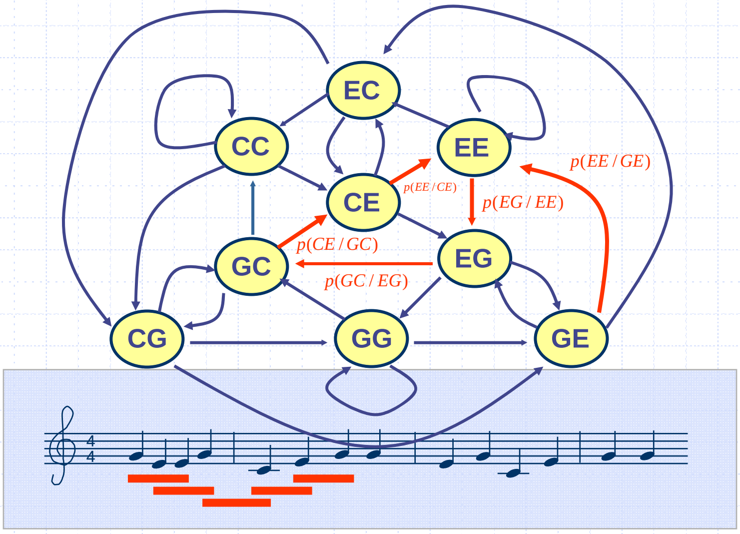
・2重マルコフ過程として観察するということは？



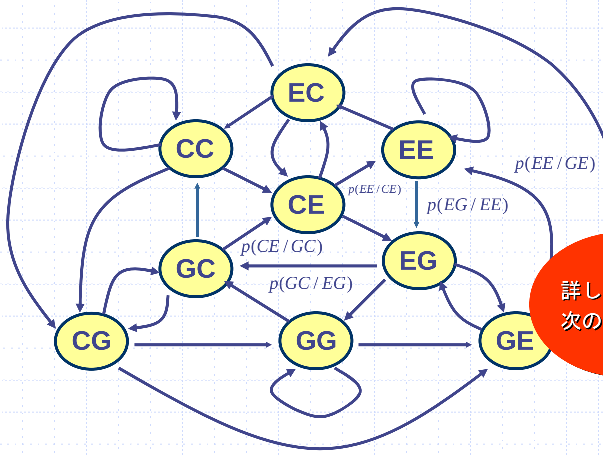
・2重マルコフ過程として観察するということは？



・2重マルコフ過程として観察するということは？



・2重マルコフ過程として観察するということは？



詳しくは、
次の話で・・・

３重、４重、ｎ重マルコフ過程あり・・・

ANIMATION

シャノン線図による可視化の意義

A

00001001100100011000100001000100110000110
0 5 10 15 20 25 30 35 40
0100000001100011000 0110001110001010010110
45 50 55 60 65 70 75 80
10000010
85

B

10100010100100001010010100001000010100101
0 5 10 15 20 25 30 35 40
00100101010000010100100100100101001001010
45 50 55 60 65 70 75 80
10010000
85

C

00100100100100100100100100100100100100100
0 5 10 15 20 25 30 35 40
10010010010010010010010010010010010010010
45 50 55 60 65 70 75 80
01001001
85

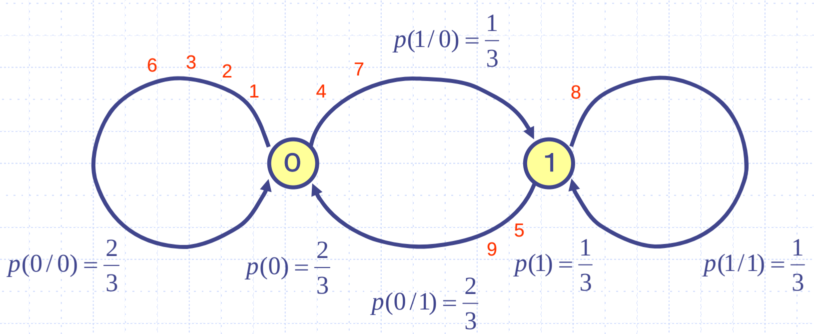
確率過程 A、B、Cは、どう違うか？

ただし、ここに示された０，１の符号系列は、<u>エルゴード的</u>であるものとする！

符号系列（A）のシャノン線図

A

00001001100100011000100001000100110000110
0 5 10 15 20 25 30 35 40
0100000001100011000 0110001110001010010110
45 50 55 60 65 70 75 80
10000010
85

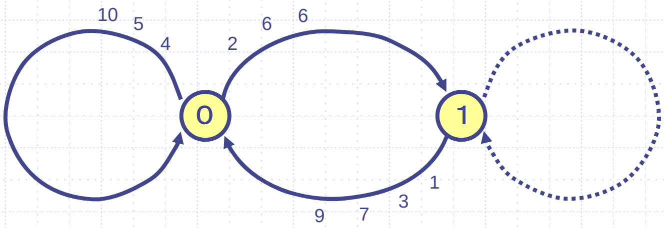


単純マルコフ過程で見たシャノン線図

符号系列（B）のシャノン線図

B

10100010100100001010010100001000010100101
0 5 10 15 20 25 30 35 40
00100101010000010100100100100101001001010
45 50 55 60 65 70 75 80
10010000
85

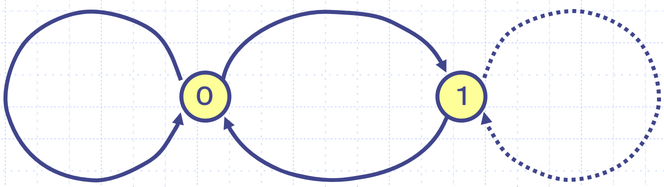


単純マルコフ過程で見たシャノン線図

符号系列（C）のシャノン線図

C

00100100100100100100100100100100100100100
0 5 10 15 20 25 30 35 40
10010010010010010010010010010010010010010
45 50 55 60 65 70 75 80
01001001
85



単純マルコフ過程で見たシャノン線図

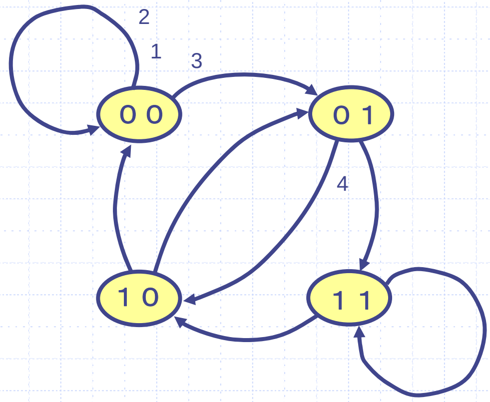
単純マルコフ過程で観察した場合、
（B）と（C）のシャノン線図は同じになる.

⇨ 更に深く観察してみよう！

２重マルコフ過程での観察

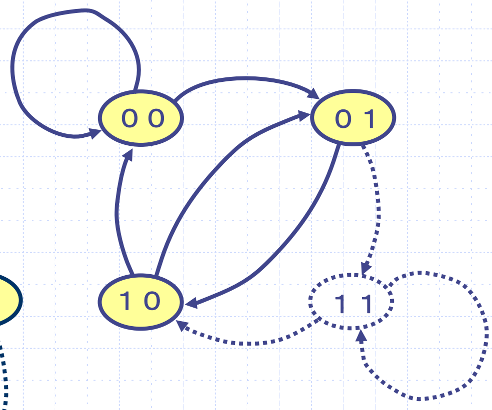
A

00001001100100011000100001000100110000110
0 5 10 15 20 25 30 35 40
01000000001100011000 0110001110001010010110
45 50 55 60 65 70 75 80
10000010
85

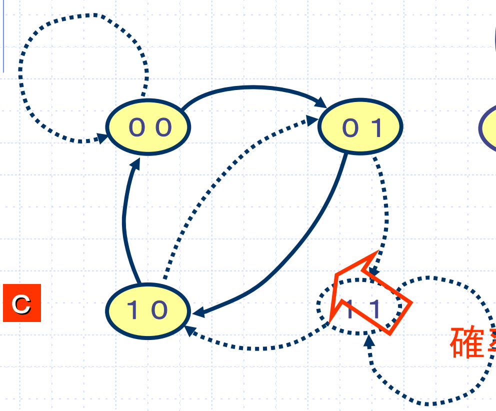


同様に、ＢとＣを２重マルコフ過程での観察すると

B



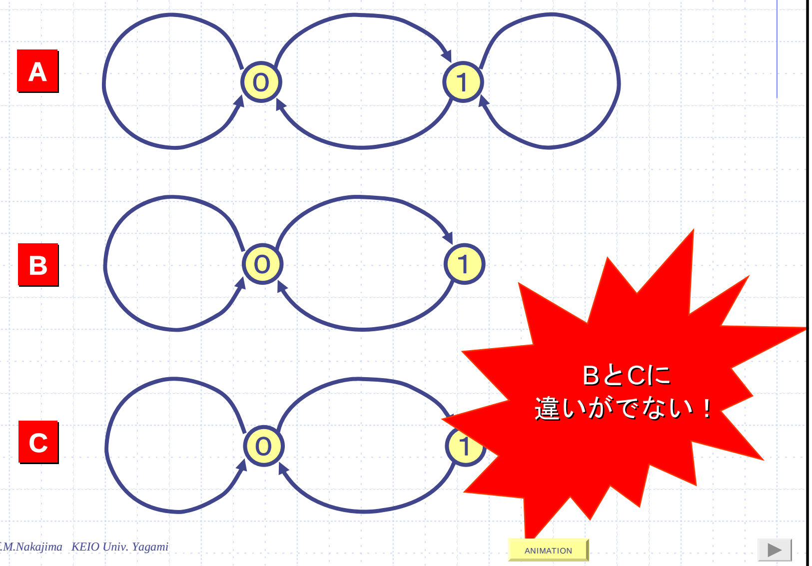
C



確率過程ではない！

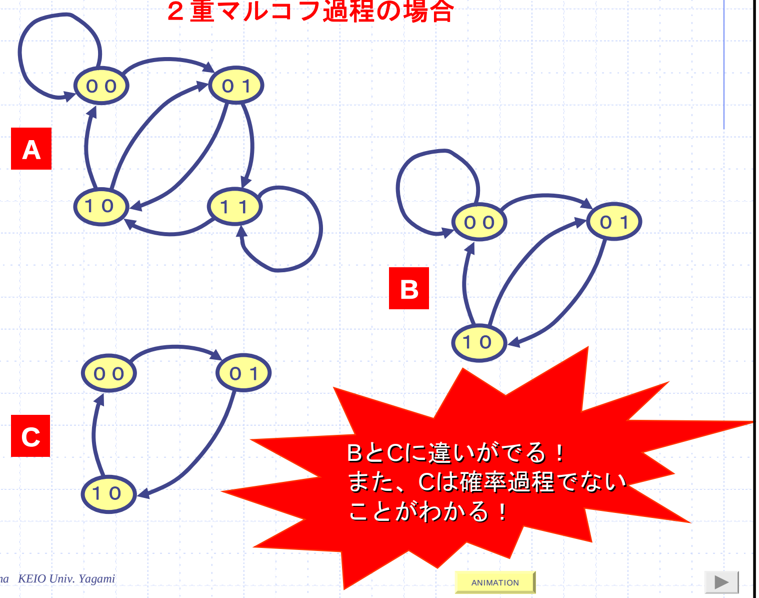
整理（シャノン線図を作ってみることの意義）

単純マルコフ過程の場合



整理（シャノン線図を作ってみることの意義）

２重マルコフ過程の場合



§3 離散系における情報量

§3-1 情報量の定義と性質

シャノンの情報量： $\log_2 \dfrac{1}{p(a_i)}$ ・・・(3.1)

$p(a_i)$ ： 通報の生起確率

memo なぜ、対数の底が「2」なのか？ ➡ エントロピー最大値のところで説明する.

この情報量を、このまま使用することはない！

ただ、情報理論における情報量の本質として理解しておく必要がある！

エントロピー： $H(X)$ （1通報あたりの平均情報量）

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{N} p(a_i)\log_2 p(a_i) \quad [bit]$$

・・・(3.2)

（確率事象系 X の平均情報量）

・通報列 $\{a_i\}_{i=1}^{N}$ ： $a_1, a_2, a_3, \cdots a_i, \cdots a_N$

・確率事象系 X ：

$$X = \left\{ \begin{matrix} a_1 & a_2 & \dots & a_i & \dots & a_N \\ p(a_1) & p(a_2) & \dots & p(a_i) & \dots & p(a_N) \end{matrix} \right\}$$

Example 3.1：天気予報のエントロピー

天気予報が提供する情報量を求めてみよう！

ただし、天気予報は、外れないものとする.

天気＼地方	X	Y	Z	W
F	1/2	7/8	1	1/4
C	1/4	0	0	1/4
R	1/8	1/8	0	1/4
S	1/8	0	0	1/4

$$H_X = -\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}\right)\times 2 = 1.8 \ [bit]$$

$$H_X = -\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8}\right)\times 2 = 1.8 \ [bit]$$

$$H_y = -\frac{7}{8}\log_2\frac{7}{8} - 0 - \frac{1}{8}\log_2\frac{1}{8} - 0 = 0.5 \ [bit]$$

$$H_z = -1\log_2 1 - 0 - 0 - 0 = 0 \ [bit]$$

$$H_w = \left[-\frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}\right]\times 4 = 2 \ [bit]$$ ・・・最大！

memo

生起確率の「ばらつき」大　　エントロピー 大

（参考） エントロピー ： 熱力学の用語
- 自然界では、エントロピーは増大方向に向かう
- エントロピー値は、「ばらつき」のパラメータと言える

エントロピー H_X は、確率事象系 X の「不確かさ」の度合

2008年度

「情報工学」

第2回講義　おわり