創想館　14-201

2008-6

Tuesday　SPRING

13:00ー14:30

2008年度

「情報工学」

第6回講義

復 習

前回学んだこと

- 覚えていなければいけないこと
- 答えられなければならないこと

✓ 誤りによる情報量の低減

▶ [誤りがある場合の情報量] = [誤りがない場合の情報量] − [誤りによって失われる情報量]

$$\left[\text{誤りによって失われる情報量}\right] = \log_2 \frac{1}{\text{その事象が本当に生起する確率}}$$

✓ 誤りがある場合のエントロピー（送信エントロピー）

▶ $H' = H(x) - H(x/y)$

$H(y/x)$ を求めるのではないことに注意！

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{N} p(x_i)\log_2 p(x_i)$$

$$H(x/y) = -\sum_{i=1}^{N} p(y_i)p(x_j/y_i)\log_2 p(x_j/y_i)$$ あいまい度

復 習

前回学んだこと

✓ 誤りがある場合のエントロピー（送信エントロピー）

▶ $H' = H(x) - H(x/y)$

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{N} p(x_i)\log_2 p(x_i)$$

$$H(x/y) = -\sum_{i=1}^{N} p(y_i)p(x_j/y_i)\log_2 p(x_j/y_i)$$ あいまい度

✓ 受信エントロピー

▶ $H'' = H(y) - H(y/x)$

$$H(y) = -\sum_{i=1}^{N} p(y_i)\log_2 p(y_i)$$

$$H(y/x) = -\sum_{i=1}^{N} p(y_i)p(y_j/x_i)\log_2 p(y_j/x_i)$$ 散 布 度

前回学んだこと

復 習

- ✓ 誤りがある場合のエントロピー（送信エントロピー）
  - ▶ $H' = H(x) - H(x/y)$
- ✓ 受信エントロピー
  - ▶ $H'' = H(y) - H(y/x)$

ここで，

$$H(x) \neq H(y), \quad H(x/y) \neq H(y/x)$$

しかし，

常に!!

$$\underbrace{H(x) - H(x/y)}_{\text{送信エントロピー}} = \underbrace{H(y) - H(y/x)}_{\text{受信エントロピー}}$$

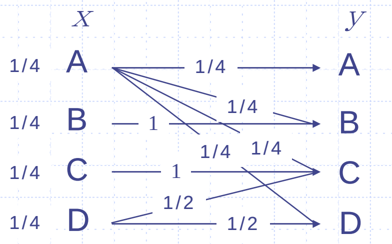
- ✓ 具体例として・・・○×問題のスコアリング
  - ▶ N問正解した人の得点を，「何点」とするのが情報理論的に見て妥当か？

ANIMATION

Example 3.3.3

宿 題

4つの通報 A,B,C,D の送信に関し、下図のような生起確率と送信誤り率（遷移確率）が与えられている．この通信路において伝送されるエントロピーを算出せよ．



前回の講義で指名した人（2人）
黒板に回答を書いて下さい！

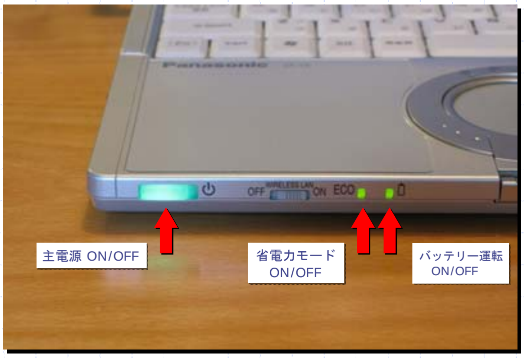
定期試験は勿論のこと、毎回の授業にも関数電卓を持参のこと！

ANIMATION

§4 情報の伝送

§4.1 はじめに

- まず、１つの電球からなるインジケータが発する情報量（エントロピー）について考えてみよう.



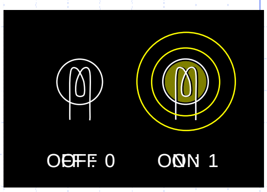
§4 情報の伝送

§4.1 はじめに

- まず、１つの電球からなるインジケータが発する情報量（エントロピー）について考えてみよう.

- １つの電球による状態表示は、OFF とON

  ➡ これは､｢0｣､｢1｣ の2通報（事象）からなるバイナリー信号を発することができるものだと考えることができる.

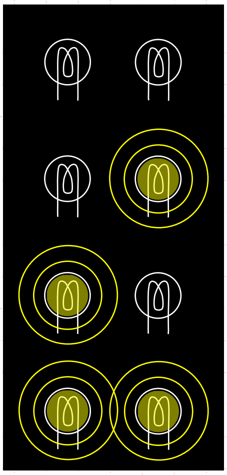


- すなわち、１つの電球のOFF / ON によって送信できる最大エントロピーは、

$$H_{\max} = \log_2 N = \log_2 2 = 1 \ (bit)$$

ということになる.

■ では、２つの電球からなるインジケータの場合、発せられるエントロピーは、いかようになるであろうか？



考えられる全ての組み合わせは、

$$\left[\quad 00 \quad 01 \quad 10 \quad 11 \quad \right]$$

・・・表現できる事象数は、「4」ということになる

したがって、 $H_{max} = log_2 4 = 2 \quad (bit)$

■ ということは、電球が３つならば

$$\therefore H_{\max} = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \quad (bit)$$

なぜならば・・・

0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1

以上、要するに・・・
１個のランプ（バイナリ信号発生器）で表示できる最大のエントロピーは、「１ビット」ということになる.

Example 4.1.1

電球を並べて、５段階表示のできるインジケータを作りたい.
必要なランプの個数は何個か？

（解） $\log_2 5 = 2.3 \ bit$

よって、３個のランプが必要になる.

§ 4.2 通信速度

１個のランプを用いて発することの出来る最大のエントロピーは、静的使用では１ビットであるが、動的に使用（点滅を利用）することにより、より多くの情報を送ることが可能となる.

ex. 狼煙、インディアンの鏡の話

1　0　0　1　1　0　0　0　1　0　1　・・・・・

→ 時間

［ 定義 ］　通信速度 R = 単位時間に送れる情報量

$$= \frac{(1通報当たりの)平均送信情報量}{(1通報当たりの)平均送信時間}$$

よって,

$$R = \frac{H}{\tau} = \frac{-\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i}{\sum_{i=1}^{N} p_i \tau_i} \quad (bit/sec)$$

ここで、p_i：各通報の生起確率、τ_i：各符号の長さ

ANIMATION

§ 4.2 通信速度

１個のランプを用いて発することの出来る最大のエントロピーは、静的使用では１ビットであるが、動的に使用（点滅を利用）することにより、より多くの情報を送ることが可能となる.

ex. 狼煙、インディアンの鏡の話

1　0　0　1

［ 定義 ］　通信速度 R = 単位時間に送れ

(1通報当たりの)

(1通報当たりの)平

よって,

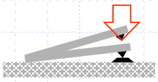
$$R = \frac{H}{\tau} = \frac{-\sum_{i=1}^{N} p_i \log_2 p_i}{\sum_{i=1}^{N} p_i \tau_i} \quad (bit/sec)$$

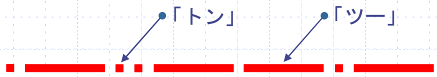
ここで、p_i：各通報の生起確率、τ_i：各符号の長さ

この R の値によって、
通信路の性能を評価する
ことが出来る！

Example 4.2.1：

モールス信号を考える．
Morse





モールス符号

1 文 字	
・－	A
－・・・	B
－・－・	C
－・・	D
・	E
・・－・	F
－－・	G
・・・・	H
・・	I
・－－－	J
－・－	K
・－・・	L
－－	M
－・	N
－－－	O
・－－・	P
－－・－	Q
・－・	R
・・・	S
－	T
・・－	U
・・・－	V
・－－	W
－・・－	X
－・－－	Y
－－・・	Z

2 数 字	
・－－－－	1
・・－－－	2
・・・－－	3
・・・・－	4
・・・・・	5
－・・・・	6
－－・・・	7
－－－・・	8
－－－－・	9
－－－－－	0

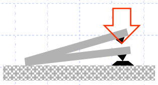
3 記 号	
・－・－・－	． 終 点
－－・・－－	， 小読点
－－－・・・	： 重点または除去の記号
・・－－・・	？ 問 符
・－－－－・	' 略 符
－・・・・－	－ 連続線，横線，または減算の記号
－・－－・	（ 左括弧
－・－－・－	） 右括弧
－・・・－	＝ 二重線
－・・－・	／ 斜線または除算の記号
・－・－・	＋ 十字符または加算の記号
・－・・－・	" " 引用符
－・・－	× 乗算の記号

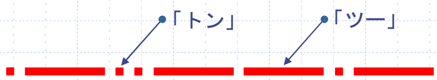
- 「トン」と「ツー」の長さ比は１：３，それらを区切るスペースの長さは「トン」の長さ（以下，「１短点長」）と同じ．文字間間隔＝３短点長，単語間間隔＝７短点長．
- モールス信号は，1832年にアメリカ人画家サミュエル・モールス（Samuel F.Morse）により考案された．
- タイタニック号遭難（1912年）の際，モールス信号による「SOS」が，世界で初めて発信された．
- しかしデジタル通信技術の発達により，モールス信号　は現在ではあまり使われなくなってきている．
- 現在もモールス信号が使われているのは，アマチュア無線，漁業無線，陸上自衛隊の野戦通信のみ．

ANIMATION

Example 4.2.1：

モールス信号を考える．
Morse





今は，デジタル時代！
モールス符号は‘デジタル信号’の１種・・・
人間の五感で解読できる唯一のデジタル通信符号！

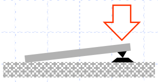
memo

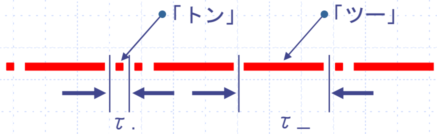
モールス符号は，短点と長点の組み合わせだけで構成されている単純な符号！
よって，修得者は無線通信に限らず‘音響（ホイッスル）’や‘発光信号（懐中電灯）’でも簡単に会話や通信をすることが可能となる．
あらゆる状況下で通信手段を確保することができるようになる．

・現在もモールス信号が使われているのは，アマチュア無線，漁業無線，陸上自衛隊の野戦通信のみ．

ANIMATION

Example 4.2.1：　モールス信号を考える．
Morse





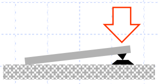
符号間のスペースは、どちらの符号の場合も同じで、符号の長さに含んで考えるものとし、

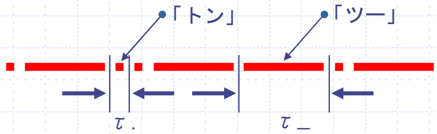
$$\tau_. = 0.25 \text{ 秒} \qquad \tau_\_ = 1.00 \text{ 秒}$$

とする．

元来モールス符号における「トン」と「ツー」の長さ比は， 1：3 である．
しかしここでは，計算を簡単にするため，敢えてその比を 1：4 とした．

Example 4.2.1：　モールス信号を考える．
Morse





符号間のスペースは、どちらの符号の場合も同じで、符号の長さに含んで考えるものとし、

$$\tau_. = 0.25 \text{ 秒} \qquad \tau_\_ = 1.00 \text{ 秒}$$

とする．

（1）この符号を用いて、長い日本語の文章をローマ字で打ち、その場合の「トン」と「ツー」の生起確率を求めたら、それぞれ、

$$p_. = 0.75 \qquad p_\_ = 0.25$$

であった．

（2）また、同じ文章を英語で打ったら、その場合の「トン」と「ツー」の生起確率は、それぞれ、

$$p_. = 0.5 \qquad p_\_ = 0.5$$

となった．

上記２つの場合の通信速度を求め、比較せよ．

（解）

（1）

$$R_j = \frac{-p_{\cdot}\log_2 p_{\cdot} - p_{-}\log_2 p_{-}}{p_{\cdot}\tau_{\cdot} + p_{-}\tau_{-}}$$

$$= \frac{-\frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}\times 0.25 + \frac{1}{4}\times 1.00} = \underline{1.86} \quad (bit/\sec)$$

（2）

$$R_e = \frac{-\frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log_2\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\times 0.25 + \frac{1}{2}\times 1.00} = \underline{1.60} \quad (bit/\sec)$$

■ R の大きさには、文章中の符号の生起確率が影響している.

⇨ 「トン」の出現の多い方が有利！

■ しかし、多すぎても駄目　・・・「ツー」が少な過ぎると、

⇨ 各文字を表す符合が‘やたらと’長くなってしまうから.

ANIMATION

（解）

（1）

$$R_j = \frac{-p_{\cdot}\log_2 p_{\cdot} - p_{-}\log_2 p_{-}}{p_{\cdot}\tau_{\cdot} + p_{-}\tau_{-}}$$

$$= \frac{-\frac{3}{4}\log_2\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\log_2\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}\times 0.25 + \frac{1}{4}\times 1.00} = \underline{1.86} \quad (bit/\sec)$$

（2）

では・・・
通信速度が最大となるのは、
符号の生起確率の割合が、
どのような値を取る時であろうか？

■ R の大きさには、…ている.

⇨ 「トン」の…多い方が有利！

■ しかし、…ぎても駄目　・・・「ツー」が少な過ぎると、

⇨ 各文字を表す符合が‘やたらと’長くなってしまうから.

（解）

（1）

$$R_j = \frac{-p_{\cdot}\log_2 p_{\cdot} - p_{-}\log_2 p_{-}}{p_{\cdot}\tau_{\cdot} + p_{-}\tau_{-}}$$

乞う，御期待！

memo

モールスは，モールス符号における「トン」と「ツー」の組合せを決めるにあたり，新聞社の活字ケースにあった活字の本数から文字の使用頻度を割り出し，一番使用頻度の高い文字から順に「トン」と「ツー」を割り当てていった．
当時，電信用の符号はモールス符号以外にもあったようであるが，このエ夫によって迅速な送受信ができることになり，後にモールス符号が世界標準として使われるようになったとのことである．

来週以降，この問題，即ち「トン」と「ツー」の長さ比，および作られた符号の長さ，また文章中における「トン」と「ツー」の生起確率が，通信速度Rに与える影響を調べて行く！

クイズ.2

(1) 「0」と「1」からなる符号系列があり，「0」および「1」の生起確率は，「0」が2／3，「1」が1／3である．この符号系列のエントロピーを求めなさ

(2)

であった．この符号系列を単純マルコフ過程と見たときのエントロピーを求めなさい．

やろうと思っていた，第2回目のクイズです．
時間がなくなってしまいましたので，各自試みておいて下さい．

［底２の対数値］

$\log_2 3=1.59$、 $\log_2 5=2.32$、 $\log_2 7=2.81$、 $\log_2 11=3.46$
$\log_2 13=3.70$、 $\log_2 17=4.09$、 $\log_2 19=4.25$

クイズ.2

(1) 「0」と「1」からなる符号系列があり,「0」および「1」の生起確率は,
「0」が2／3,「1」が1／3である. この符号系列のエントロピーを求めなさい.

(2) この符号系列における0と1の遷移確率を調べたら,

$p(0/0)=2/3$, $p(1/0)=1/3$,
$p(1/1)=1/3$, $p(0/1)=2/3$,

であった. この符号系列を単純マルコフ過程と見たときのエントロピーを求めなさい.

［底２の対数値］
$\log_2 3=1.59$、 $\log_2 5=2.32$、 $\log_2 7=2.81$、 $\log_2 11=3.46$
$\log_2 13=3.70$、 $\log_2 17=4.09$、 $\log_2 19=4.25$

クイズ.3

学籍番号末尾の数字が偶数の人のみ、
そのまま教室に残って下さい.
奇数の人は、速やかに退室して下さい.

教室に残った人は、隣りの人との間に
一席空けて座って下さい.

回答時間は、10分間です.
終わった人は、回答用紙を裏返してそのまま
机の上に残し、静かに退出して下さい.

ANIMATION

クイズ.3

ある地方で過去10年間の天気を調べてみたら,「晴れ」が50%,「曇り」が25%、「雨」が25%となっていた.
この地方で出されるテレビの天気予報が, 毎日それを見る人々に与える平均の情報量(entropy)を, 以下の2つの場合について求めなさい.

① テレビの天気予報が外れないとした時,

② テレビの天気予報が時々外れ,「晴れ」と言ったのに, その20%が「曇り」になり,「雨」と言ったのに、その20%が「曇り」になってしまったとした時.

ANIMATION

2008年度

「情報工学」

第6回講義　おわり